MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 5
20.11.2019

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Gegeben sei die DLG

$$y' = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y + x \qquad (\star)$$

   a) Zeichnen Sie für $m \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$ die Menge S_m aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, in denen die Tangente an den Graphen einer Lösung φ von $(\star)$ die Steigung m hat.

   b) Skizzieren Sie das Richtungsfeld obiger DGL sowie den Graphen der Lösung des AWP $y(0) = -\frac{3}{2}$.

   c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $(\star)$.

2. *(∼Herbst 2012, Thema 2, Aufgabe 5)*
Gegeben sei die lineare DGL

$$y' = \left(1 + \frac{2}{x}\right) y, \qquad x < 0. \qquad (*)$$

   a) Geben sie alle maximalen Lösungen von $(*)$ an, deren Graph im Inneren des 2. Quadranten (also $x < 0, y > 0$) verläuft.

   b) Finden Sie die Stelle $x_0 < 0$, in der alle Lösungen aus a) ein lokales Maximum besitzen. Verwenden Sie bei Ihrer Argumentation **nur** die DGL $(*)$, nicht die Gestalt der in a) bestimmten Lösungen.

3. *(Frühjahr 2006, Thema 3, Aufgabe 5)*
Man bestimme für die Lösung $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ des Anfangswertproblems

$$y' = -e^x \, y, \qquad y(0) = -1$$

den Wertebereich W_φ.

4. *(Frühjahr 2015, Thema 2, Aufgabe 5)*
Bestimmen Sie für $x \in \,]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x)\cos(x) - 2y(x)\sin(x) = x.$$

Abgabe bis 27.11.2019, 14:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).